

Problème du Cercle de Mathématiques et Physique 2022

Trois problèmes en guise de hors-d'œuvre

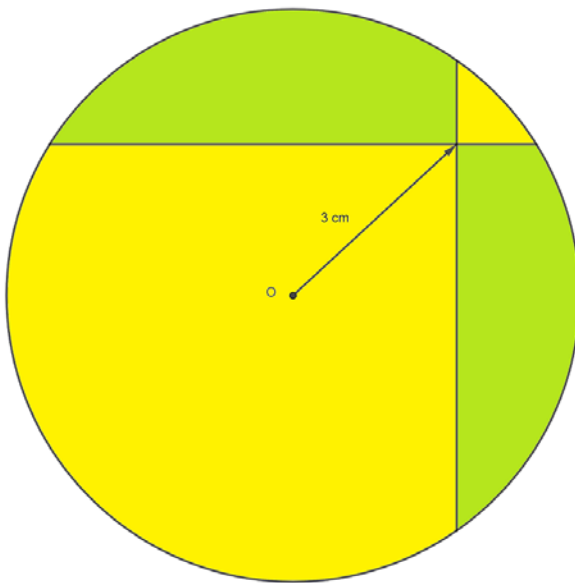
Problème 1 : Sac de billes

Un sac contient 20 billes, dont 9 billes blanches, 5 billes rouges et 6 billes noires. On retire 10 billes du sac. On a pris entre 2 et 8 billes blanches, au moins 2 billes rouges et au plus 3 billes noires. Quel est le nombre de tirages possibles ?

Problème 2 : Nombre impossible

Démontrez qu'il n'existe aucun entier m tel que $3n^2 + 3n + 7 = m^3$, où n est également un nombre entier.

Problème 3 : Je veux ma part de tarte

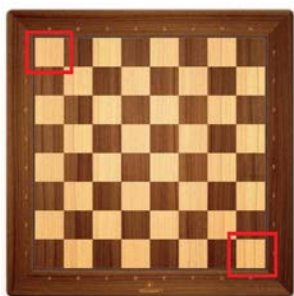


Vue de dessus, cette tarte est un disque parfait de rayon 13 cm. André la découpe en 4 parts, selon 2 segments perpendiculaires dont le point d'intersection se trouve à 3 centimètres du centre. Mathilde choisit les 2 parts opposées en jaune sur le dessin, tandis qu'André conserve les 2 autres en vert.

Il se trouve que la différence entre l'aire totale des parts choisies par Mathilde et celle des parts conservées par André est la plus grande possible (la représentation n'est pas à l'échelle).
Que vaut cette différence, en cm^2 ?

Plat de résistance : Le problème 2022 du CMP

Échiquier et dominos



Il est possible de recouvrir un échiquier de 64 cases avec 32 dominos. On démontre qu'il n'est pas possible de placer 31 dominos sur un échiquier en laissant la première case en haut à gauche vide et la dernière case en bas à droite vide. En effet, les 2 cases vides sont situées sur la même diagonale. Elles sont donc de la même couleur. Comme un domino recouvre toujours une case blanche et une case noire, il y aura davantage de cases noires (voir dans l'illustration ci-contre), ce qui rend la solution du problème impossible.

En laissant vide une case blanche quelconque ainsi qu'une case noire quelconque, démontrer qu'il est toujours possible recouvrir l'échiquier.

Adresser votre réponse à :
Pierre-Olivier Vallat, Rue du Temple 24, 2735 Bévillard
pov@povallat.net